Česká zemědělská univerzita v Praze
Fakulta životního prostředí

Program KALKULÁTOR POLOHY HPV

Výpočet úrovně hladiny podzemní vody

Dokumentace

Teoretický základ problematiky
Pokyny pro uživatele

Jakub Štibinger, Pavel Kovář, František Křovák

Praha, 2011

Tato dokumentace včetně programového vybavení byla zhotovena v rámci grantového projektu pro MZe ČR s názvem:
„Metodika návrhu a realizace infiltračních a záchytných opatření v rámci obnovy hydrologických poměrů a způsobů hospodaření v krajině“
pod číslem QH 92086.

Koordinátor: prof. Ing. Pavel Kovář, DrSc.

Řešitelé: prof. Ing. Pavel Kovář, DrSc., doc. Ing. Jakub Štibinger, CSc., Ing. Jitka Pešková

Česká zemědělská univerzita v Praze
Fakulta životního prostředí
katedra biotechnických úprav krajiny

Obsah

1 Úvod

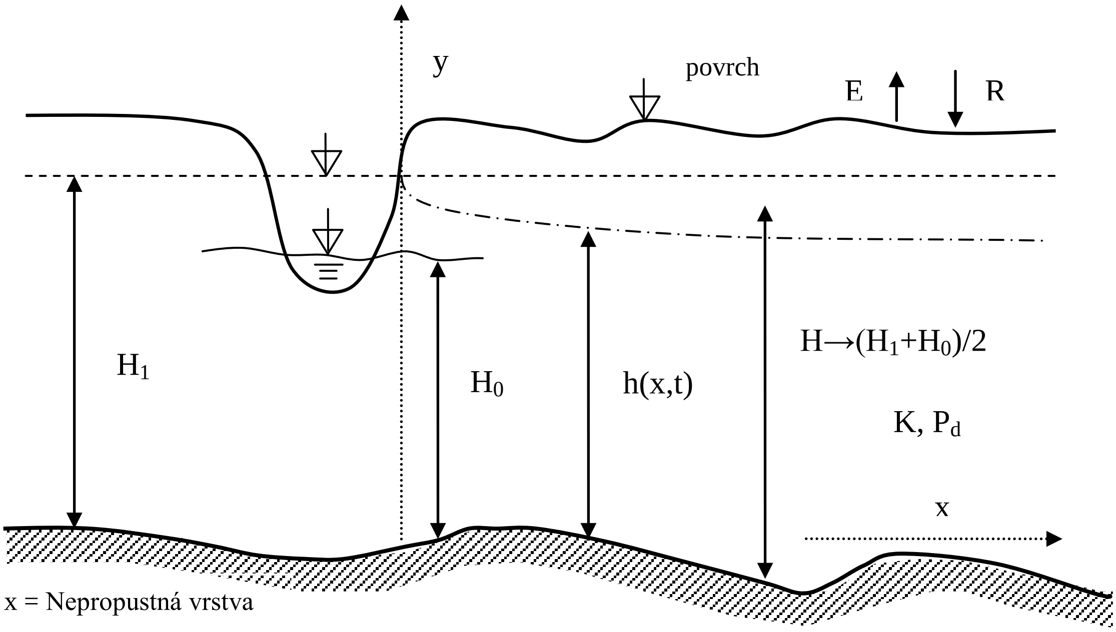
Cílem tohoto programového vybavení je odhadovat možnosti ovlivnění a míru ochrany vodního režimu pomocí vhodné regulace hladiny vody v kanálech, korytech a tocích. Má sloužit inženýrské vodohospodářské praxi, projekci a provozu technických a biotechnických opatření pro úpravy vodního režimu v krajině.

2 Teoretický základ

Bylo prokázáno (Prax, Hybler, Štibinger a Kloupar 2011), že regulací úrovně volné hladiny vody v kanále (korytě, potoku) pomocí pohyblivých stavítek je možné do určité míry ovlivňovat vodní režim. Zvýšením (resp. snížením) úrovně volné hladiny vody v kanále bude docházet ke zvyšování (resp. snižování) hladiny podzemní vody v jeho blízkém okolí. Může tak být vyvolán závlahový proces (při zvyšování volné hladiny vody v kanále) anebo drenážní proces (při snižování volné hladiny) a to podle daných potřeb vyplývajících z hydrologických poměrů (Kovář, Štibinger 2010).

Momentální vzestup (resp. pokles) volné hladiny vody v otevřeném kanále z původní konstantní hodnoty H_0 (M) na nově zvolenou, opět konstantní hodnotu H_1 (M), je možné uvažovat jako náhlé zvýšení (resp. snížení) volné hladiny - jako náhlý skok volné hladiny. Symbol M zde představuje délkovou jednotku.

Jedná se zde o typickou problematiku rovinného neustáleného nasyceného proudění v pórovitém prostředí za předpokladu existence přibližně vodorovné, velmi málo propustné vrstvy, situované v určité vzdálenosti pod povrchem terénu. V okolí kanálu budeme považovat neustálené nasycené proudění v pórovitém prostředí zeminy za rovinné, které probíhá ve svislé rovině kolmé na svislou rovinu, jenž tvoří rozhraní mezi zeminou a volnou hladinou vody v kanálu (viz obr. 1).



Obr. 1: Schéma neustáleného nasyceného proudění v pórovitém prostředí zeminy tabelárních hodnot erf(y) funkce pro argument y.

Předpokládá se, že pórovité prostředí zeminy je homogenní izotropní, charakterizované jedinou hodnotou hydraulické nasycené vodivostí K (L/T) a efektivní drenážní pórovitosti Pd (-). Symbol T zde představuje časovou jednotku.

Pro matematicko-fyzikální popis problematiky rovinného neustáleného nasyceného proudění v pórovitém prostředí byla vybrána linearizovaná Boussinesquova rovnice (Boussinesq 1904, Ritzema 2004, Štibinger 2011) ve tvaru

$$\frac{\partial h}{\partial t}(x,t) = D\frac{\partial^2 h}{\partial x^2}(x,t)$$

(1)

kde parametr D (M^2/T) je konstantní a platí $D = K \cdot H/Pd$. Označení H (M) zde reprezentuje průměrnou mocnost zvodnělé vrstvy, pro kterou platí $H = (H0 + H1)/2$.

Hledaná funkce h(x,t) (M) představuje úroveň hladiny podzemní vody nad přibližně vodorovnou, velmi málo propustnou vrstvou v libovolném čase t (T) ve zvolené vzdálenosti x (M) od kanálu. Přitom osa x je totožná s přibližně vodorovnou, velmi málo propustnou vrstvou (viz obr. 1). H_0 (M), resp. H_1 (M), je původní konstantní hodnota H_0 (M), resp. nově zvolená, opět konstantní hodnota H_1 (M), nad přibližně vodorovnou, velmi málo propustnou vrstvou (viz obr. 1).

Cílem analytického řešení rovnice (1) je nalézt hodnotu funkce h(x,t) (M) pro následující počáteční a okrajové podmínky

Počáteční podmínka je:	**h(x,0) = $\mathbf{H_0}$**	pro	**x > 0**, t = 0	(2)
Okrajová podmínka je:	**h(0,t) = $\mathbf{H_1}$**	pro	x = 0, **t > 0**	(3)

Budeme předpokládat, že nebude docházet k žádné dotaci hladiny podzemní vody a rychlost proudění nad hladinou podzemní vody je nulová.

Parciální diferenciální rovnici (1) převedeme substitucí

$$\xi = \frac{x}{2\sqrt{Dt}} \tag{4}$$

na obyčejnou diferenciální rovnici typu

$$\frac{\partial h}{\partial t}(x,t) = -\frac{x}{4\sqrt{Dt^3}}\frac{dh}{d\xi}(\xi), \qquad \frac{\partial^2 h}{\partial x^2}(x,t) = \frac{1}{4Dt}\frac{d^2h}{d\xi^2}(\xi)$$

z rovnice (1) pak dostaneme

$$\frac{d^2h}{d\xi^2}(\xi) + 2\xi\frac{dh}{d\xi}(\xi) = 0 \tag{5}$$

Řešením vztahu (5) je výraz **h(ζ) = $\mathbf{c_2}$ + $\mathbf{c_1}$ erf(ζ),** kde funkce **erf** je definována vztahem:

$$erf(\xi) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\xi} \exp(-\xi^2)d\xi \tag{6}$$

Dosazením za ζ z rovnice (4) dostaneme řešení rovnice (1) ve tvaru

$$h(x,t) = c_1 + c_2 \cdot \mathrm{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \tag{7}$$

Protože $\boldsymbol{erf(0) = 0 \; a \; erf\,(\zeta) \to 1 \; pro \; \zeta \to \infty,}$ vyplývá z počáteční podmínky (2) $\mathbf{H_0}$ = $\mathbf{c_2}$ + $\mathbf{c_1}$ a z okrajové podmínky (2**)** $\mathbf{H_1}$ = $\mathbf{c_2}$. Z těchto dvou rovností určíme konstanty $\mathbf{c_1}$ a $\mathbf{c_2}$ ve vztahu (7). Výsledným řešením pak bude hledaná funkce h(x,t)

$$h(x,t) = H_1 + (H_0 - H_1) \cdot \mathrm{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{Dt}}\right) \tag{8}$$

3 Literatura

Boussinesq J. 1904. *Recherches théoretiques sur l'écoulement des nappes d'eau infiltrées dans le sol et sur le débit des sources.* Journal de mathématiques pures et appliquéss, no.10, part 5, pp. 5-78, (ve francouzštině), Francie.

Kovář P., Štibinger J. a kol. 2010. *Vyhodnocení stávajících a nově navrhovaných opatření pro úpravu vodního režimu.* Číslo grantu: Číslo grantu: QH 92 086/2009. Výroční zpráva za r. 2010. Vydavatel: ČZU Praha, FŽP, KBÚK, ČR.

Prax A., Hybler V., Štibinger J. a Kloupar M. 2011. *Effect of natural cut-off meanders and revitalization channels on the moisture regime of a floodplain forest.* Ekológia (Bratislava), Vol.30. No. 3.2011, str.334 – 318, Bratislava, Slovensko.

Ritzema H. P. et al. 2004. *Drainage Principles and Applications*. ILRI Publ. 16, Wageningen, The Netherlands.

Štibinger 2011. *Hydraulic functions of subsurface pipe drainage system on agriculture and drainage experimental field in Mahstul Pilot Area (Nile Delta, Egypt).* Agricultura Tropica et Subtropica 44/2011 no.2., str. 103 – 112, Vydává: CULS Prague, Institute of Tropics and Subtropics, ISSN 0231 – 5742, ISSN 1801 – 0571 (on-line), Prague, Czech Republic.